دستگاه معادلات

شکل کلی یک معادله‌ی دو مجهولی درجه‌اول به‌صورت $ax+by=c$ است. هرگاه دو معادله‌ی دو مجهولی درجه‌اول را همزمان در نظر بگیریم، یک دستگاه دو معادله‌ی دو مجهولی درجه‌اول خواهیم داشت.

$$\begin{cases} ax+by=c \\ a'x+b'y=c' \end{cases}$$

روش جایگذاری

مثال:

$$\begin{cases} 3x-y=7 \\ 2x+3y=1 \end{cases}$$

$\rightsquigarrow \quad 3x-7=y \quad \Rightarrow y=3x-7$

$\rightsquigarrow 2x+3(3x-7)=1 \rightsquigarrow 2x+9x-21=1$

$11x-21=1 \rightsquigarrow 11x=21+1 \rightsquigarrow 11x=22 \rightsquigarrow x=\frac{22}{11}=2$

$x=2$, $y=3(2)-7 \rightsquigarrow y=6-7 \rightsquigarrow y=-1$

جواب $\rightsquigarrow x=2$, $y=-1$

مثال:

دستگاه دو معادله دو مجهولی درجه اول زیر را حل کنید.

$$\begin{cases} 5x + 2y = 1 \\ 3x - 2y = 7 \end{cases} \rightarrow 2y = 1 - 5x \rightarrow y = \frac{1-5x}{2} \rightarrow y = \frac{1}{2} - \frac{5}{2}x$$

$$3x - 2\left(\frac{1}{2} - \frac{5}{2}x\right) = 7 \rightarrow 3x - 2\left(\frac{1}{2}\right) - 2\left(-\frac{5}{2}x\right) = 7$$

$$3x - 1 + 5x = 7 \rightarrow 3x + 5x = 7 + 1 \rightarrow 8x = 8 \rightarrow x = 1$$

$$3(1) - 2y = 7 \rightarrow 3 - 2y = 7 \rightarrow 3 - 7 = 2y \rightarrow -4 = 2y \rightarrow y = \frac{-4}{2} = -2$$

مثال:

دستگاه دو معادله دو مجهولی درجه اول زیر را حل کنید.

$$\begin{cases} 3x + 5y = 1 \\ 4x + 2y = 2 \end{cases} \rightarrow 2y = 2 - 4x \rightarrow y = \frac{2-4x}{2} \rightarrow y = \frac{2}{2} - \frac{4}{2}x$$

$$\Rightarrow y = 1 - 2x \Rightarrow 3x + 5(1-2x) = 1 \rightarrow 3x + 5 - 10x = 1$$

$$-7x = 1 - 5 \rightarrow -7x = -4 \rightarrow x = \frac{-4}{-7} = \frac{4}{7} \qquad y = 1 - 2\left(\frac{4}{7}\right) = 1 - \frac{8}{7} = \frac{-1}{7}$$

مثال :

دستگاه معادلات های دومجهولی زیر را حل کنید.

الف) $\begin{cases} 3x-4y=1 \\ 2x+3y=12 \end{cases}$

ب) $\begin{cases} 3x+5y=18 \\ x+y=4 \end{cases}$

ج) $\begin{cases} 7x-4y=0 \\ 3x+4y=7 \end{cases}$

د) $\begin{cases} 3x-2y=4 \\ x-y=1 \end{cases}$

ه) $\begin{cases} 23a+b=119 \\ 12a+b=99 \end{cases}$

و) $\begin{cases} 3a+4b=2 \\ 2a-5b=9 \end{cases}$

ز) $\begin{cases} 2x-5y=4 \\ 6x-15y=1 \end{cases}$